

Extreme Rainfall Analysis Of The West Papua Province Using Schlather's Model Of Max Stable Process

Analisis Curah Hujan Ekstrem Daerah Provinsi Papua Barat Menggunakan *Max Stable Process* Model *Schlather*

Alya Azzahra^{1*}, Pratnya Paramitha Oktaviana^{2*}, R. Mohamad Atok^{3*}

**Departemen Aktuaria, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember*
Email: ¹alyazahrr@gmail.com, ²paramita@statistika.its.ac.id, ³moh_atok@statistika.its.ac.id

Abstract

Data from Badan Pusat Statistik (BPS) in 2021 notes the province of West Papua as the province with the 5th highest rainfall in Indonesia with a rainfall of 3,811 mm. The province also recorded 268 rainy days, the most amongst all provinces in the country. The excess amount of rain is one of the causes of disasters such as floods. This research uses rainfall data from the Regencies of Manokwari, Fakfak, and Kaimana. The method used is Spatial Extreme Value particularly Schlather's Model of the Max Stable Process. The data used is hourly rainfall for the period of 13 March 2022 to 17 October 2022 with the proportion of training and testing data respectively 85.84% and 14.16%. Extreme data collection was carried out using the Block Maxima method with a fitting to the Generalized Extreme Value (GEV) distribution before being transformed into the Frechet Z margin units. The calculation of the extreme coefficient resulted in a value between 1.4 to 1.85, indicating a relationship between the locations. Next, the best trend surface model was determined, which involves latitude coordinates for the calculation of the location parameter and both longitude and latitude coordinates for the calculation of the scale parameter. The spatial parameter estimation is carried using the powered exponential correlation function. Then, model validation was carried out using MAPE based on a comparison of return levels and testing data. The MAPE values obtained was 22.61% for the BFGS iteration method. The final step is to calculate return levels for periods of 2, 4, 6, 8, and 10 years ahead. All the results were categorized under very heavy rain. These results can be used by related parties to carry out disaster mitigation efforts.

Keywords: Rainfall, Spatial Extreme Value, Max Stable Process, Schlather's Model, Return Level.



JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Alya Azzahra, Pratnya Paramitha Oktaviana, R. Mohamad Atok

Abstrak

Data dari BPS pada tahun 2021 mencatatkan bahwa Provinsi Papua Barat dengan curah hujan sebesar 3.811 mm adalah provinsi dengan curah hujan tertinggi ke-5 di Indonesia. Selain itu, Provinsi Papua Barat juga mencatatkan 286 hari hujan, menjadikan provinsi tersebut sebagai provinsi yang paling sering hujan di Indonesia pada tahun 2021. Banyaknya hujan yang turun merupakan salah satu penyebab bencana alam seperti banjir. Penelitian ini menggunakan data curah hujan dari Kabupaten Manokwari, Kabupaten Fakfak, dan Kabupaten Kaimana. Metode yang digunakan adalah *Spatial Extreme Value* dengan *Max Stable Process* Model *Schlather*. Data yang digunakan adalah curah hujan per jam periode 13 Maret 2022 hingga 17 Oktober 2022 dengan proporsi data *training* 85,84% dan *testing* 14,16%. Pengambilan data ekstrem dilakukan dengan metode *Block Maxima* lalu *fitting* distribusi GEV kemudian ditransformasi ke unit *margin Frechet Z*. Selanjutnya dilakukan perhitungan koefisien ekstremal dengan hasil di antara 1,4 hingga 1,85 yang menunjukkan adanya hubungan antar lokasi. Kemudian ditentukan model *trend surface* terbaik, yaitu melibatkan koordinat lintang dalam perhitungan parameter lokasi serta menggunakan koordinat bujur dan lintang dalam perhitungan parameter skala. Selanjutnya dilanjutkan dengan estimasi parameter secara spasial dengan menggunakan fungsi korelasi *powered exponential*. Kemudian, dilakukan validasi model dengan menggunakan MAPE berdasarkan perbandingan *return level* dan *data testing*. Nilai MAPE yang didapatkan adalah 22,61% untuk metode iterasi BFGS. Langkah terakhir yaitu menghitung prediksi *return level* untuk periode 2, 4, 6, 8, dan 10 tahun ke depan. Seluruh hasil yang didapatkan termasuk ke dalam kategori sangat lebat. Hasil ini dapat digunakan oleh pihak terkait untuk melakukan upaya mitigasi bencana.

Kata kunci: Curah hujan, *Spatial Extreme Value*, *Max Stable Process*, Model *Schlather*, *Return Level*.

1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Provinsi Papua Barat dengan curah hujan sebesar 3.811 mm adalah provinsi dengan curah hujan tertinggi ke-5 di Indonesia menurut data Badan Pusat Statistik (BPS) pada tahun 2021. Angka ini jauh lebih tinggi dari rata-rata curah hujan di Indonesia, sebagaimana pernyataan Kepala Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG), Dwikorita Karnawati, pada tahun 2022 yang dikutip dari CNN Indonesia (2022), yaitu 2000 mm [1]. Selain itu, Provinsi Papua Barat juga mencatatkan 286 hari hujan, menjadikan provinsi tersebut sebagai provinsi yang paling sering hujan di Indonesia pada tahun 2021. Hal ini sesuai dengan pernyataan NASA bahwa daerah yang berada di sekitar garis khatulistiwa atau ekuator memiliki curah hujan yang lebih tinggi daripada daerah lain, dengan letak Provinsi Papua Barat adalah pada titik *latitude* -0° hingga -4° atau 0 hingga 4 derajat di bawah garis ekuator. Curah hujan yang tinggi dapat menyebabkan bencana seperti banjir dan tanah longsor [2] Analisis Badan Nasional Penanggulangan Bencana (BNPB) [3] mengklasifikasikan Kabupaten Manokwari dengan nilai risiko bencana 146,96 sebagai kota/kabupaten dengan kelas risiko tinggi, sedangkan Kabupaten Kaimana dengan nilai risiko bencana 122 dan Kabupaten Fakfak dengan nilai risiko bencana 105,2 termasuk ke dalam kelas risiko sedang. Apabila tidak ada upaya penanggulangan dan mitigasi bencana yang memadai, maka hal ini dapat membahayakan kehidupan masyarakat setempat.

Salah satu hal yang dapat membantu mempersiapkan upaya tersebut adalah dengan melakukan analisis terhadap curah hujan ekstrem di daerah yang bersangkutan. Analisis nilai ekstrem tersebut dapat dilakukan dengan menggunakan salah satu teori dalam statistika yaitu *extreme value theory* (EVT). Terdapat pengembangan lebih lanjut dari EVT yang memperhatikan elemen ruang atau lokasi yang dinamakan *spatial extreme value* (SEV). Pada SEV, diduga terdapat dependensi antar beberapa lokasi yang berbeda. Dependensi curah hujan antara lokasi dikatakan cenderung menurun seiring dengan bertambahnya jarak [4]. Analisis SEV yang dilakukan dapat memunculkan nilai *return level*, yaitu sebuah nilai yang diekspektasikan akan dilampaui satu kali dalam suatu periode waktu tertentu yang ditentukan [5]. Metode SEV yang banyak digunakan adalah *Max Stable Process* (MSP). MSP dikatakan dapat menggambarkan dengan baik sifat-sifat ekstrem gabungan dari berbagai lokasi [6]. Metode MSP memodelkan dependensi spasial dengan mentransformasikan nilai ekstrem ke unit margin *Frechet*. Identifikasi nilai ekstrem pada MSP dilakukan dengan metode *Block Maxima* (BM) dan akan dilakukan *fitting* terhadap distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV). Salah satu penelitian yang menggunakan pendekatan ini adalah penelitian yang menggunakan MSP model *Schlather* untuk mendapatkan *return level* pada kasus temperatur harian maksimum di Korea Selatan untuk periode waktu 5, 10, 25, dan 50 tahun ke depan [7]. Berdasarkan penelitian terdahulu tersebut, peneliti menemukan bahwa model *Schlather* cocok untuk digunakan pada jangkauan jarak yang luas seperti antar kota serta mendapatkan bahwa hasil *return level* cenderung terus meningkat seiring bertambahnya periode *return level*.

Penelitian ini menganalisis curah hujan pada 3 kabupaten di Provinsi Papua Barat yaitu Kabupaten Manokwari, Fakfak, dan Kaimana. Data yang digunakan diperoleh dari *National Aeronautics and Space Administration* (NASA), melalui situs <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer/> dengan periode yang digunakan adalah 13 Maret 2022 hingga 17 Oktober 2022 [8]. Data tersebut akan digunakan untuk analisis data ekstrem dengan metode BM dan *fitting* distribusi GEV. Analisis berikutnya adalah melakukan estimasi parameter secara spasial. Langkah terakhir yaitu menghitung nilai *return level* untuk periode 2, 4, 6, 8, dan 10 tahun ke depan. Nilai *return level* tersebut diharapkan menjadi informasi yang dapat digunakan oleh pihak-pihak terkait untuk menyusun upaya penanggulangan dan mitigasi bencana terutama bencana banjir akibat curah hujan ekstrem di daerah-daerah tersebut.

1.2 Studi Literatur

1.2.1 *Extreme Value Theory*

Extreme Value Theory (EVT) merupakan salah satu metode statistika yang digunakan untuk mengidentifikasi perilaku ekor atau penyimpangan data dari rata-rata dalam distribusi peluang yang bersifat ekstrem [9]. EVT dapat diterapkan pada peristiwa-peristiwa besar dalam kasus bencana alam seperti curah hujan, banjir, badai, dan lain-lain yang sebagian besar perilaku ekor distribusinya menunjukkan peluang terjadinya kejadian ekstrem [10]. Penelitian ini menggunakan metode *Block Maxima* (BM) yaitu pendekatan EVT yang didasarkan pada pembentukan blok-blok periode. Data pengamatan maksimum pada setiap blok kemudian dianggap sebagai nilai ekstrem dan merupakan anggota sampel ekstrem. Terdapat teorema yang menyatakan bahwa nilai ekstrem dari metode BM mengikuti distribusi GEV [11]. *Cumulative distribution function* (CDF) dari distribusi GEV adalah sebagai berikut [5]:

$$F(y; \mu, \sigma, \xi) = \begin{cases} \exp\left(-\left[1 + \xi \frac{(y-\mu)}{\sigma}\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right), & -\infty < y < \infty, \xi \neq 0 \\ \exp\left(-\exp\left[-\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)\right]\right), & -\infty < y < \infty, \xi = 0 \end{cases} \quad (1)$$

dengan y adalah nilai ekstrem, μ adalah parameter lokasi (*location*), σ adalah parameter skala (*scale*), ξ adalah parameter bentuk (*shape*). Jika $\xi > 0$ maka mengikuti distribusi *Frechet*, jika $\xi = 0$ maka mengikuti distribusi *Gumbel*, dan jika $\xi < 0$ maka mengikuti distribusi *Weibull* [12]. Parameter-parameter tersebut diestimasi menggunakan metode Maximum Likelihood Estimation (MLE) yaitu dengan cara memaksimalkan fungsi likelihood [13].

Pengembangan EVT yang mengidentifikasi kejadian ekstrem pada data multivariat yang berasal dari beberapa lokasi dengan melibatkan unsur spasial disebut dengan *Spatial Extreme Value* (SEV) [5].

1.2.2 Max Stable Process

Max Stable Process (MSP) adalah salah satu pendekatan dari SEV. MSP dijelaskan sebagai perluasan distribusi multivariat nilai ekstrem ke dimensi tak hingga dari EVT, dimana sampel diperoleh dari nilai maksimum tiap lokasi [5]. Sebuah fungsi $Y(s)$ dikatakan *max stable* jika dan hanya jika mengikuti distribusi GEV. Misalkan $\{Y_i(s)\}_{s \in S, i = 1, 2, \dots, n}$ dengan n adalah replikasi independen dari sebuah proses stokastik S . Apabila $\{Y_i(s)\}_{s \in S}$ distandarisasi, diperoleh

$$\{Z(s)\}_{s \in S} = \left(1 + \frac{\xi(s)(Y(s) - \mu(s))}{\sigma(s)}\right)_+^{1/\xi(s)} \quad (2)$$

dengan $\mu(s)$, $\xi(s)$, dan $\sigma(s) > 0$ adalah parameter distribusi SEV. Proses Z juga merupakan MSP dengan $\{Z(s)\}_{s \in S}$ merupakan persamaan yang digunakan untuk mentransformasi data ekstrem X ke unit margin *Frechet* Z .

Model *Schlather* adalah sebuah model dalam MSP yang dikemukakan oleh Schlather (2002) yang memiliki *Cumulative Distribution Function* (CDF) bivariat sebagai berikut [15]:

$$\Pr[Z(x_1) \leq z_1, Z(x_2) \leq z_2] = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \left(1 + \sqrt{1 - 2(\rho(h)x + 1) \frac{z_1 z_2}{(z_1 + z_2)^2}} \right) \right] \quad (3)$$

dengan $\rho(h)$ adalah koefisien korelasi yang pada penelitian ini digunakan *powered exponential*. Model *Schlather* dikatakan lebih baik dalam menangkap dependensi spasial daripada model lainnya dikarenakan adanya pertimbangan koefisien korelasi di dalamnya [16].

1.2.3 Koefisien Ekstremal

Koefisien ekstremal adalah sebuah koefisien yang digunakan untuk mengukur tingkat dependensi data ekstrem antara satu wilayah dengan wilayah lainnya secara berpasang-pasangan dalam SEV [12]. Persamaan yang digunakan untuk menghitung koefisien ekstremal pada MSP model *Schlather* adalah sebagai berikut [15]:

$$\theta(x_1, x_2) = 1 + \sqrt{\frac{1 - \rho(x_1, x_2)}{2}} \quad (4)$$

dengan $\theta(x_1, x_2)$ adalah koefisien ekstremal dan $\rho(x_1, x_2)$ adalah korelasi antar lokasi. Pada MSP, nilai θ biasanya berada dalam jangkauan $1 \leq \theta \leq 2$ dimana $\theta = 1$ menyatakan dependensi penuh antara kedua lokasi sementara $\theta = 2$ menyatakan independensi penuh antara kedua lokasi [17]. Namun, pada model *Schlather*, θ memiliki batas atas yaitu $\theta \leq 1,838$ untuk \mathbb{R}^2 [15].

1.2.4 Return Level

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Alya Azzahra, Pratnya Paramitha Oktaviana, R. Mohamad Atok

Return Level adalah nilai maksimum yang dapat dicapai dalam suatu periode mendatang yang ditentukan (Gilli dan Këllezi, 2006). *Return level* lokasi (s) disimbolkan sebagai $Z(s)$ dengan menggunakan persamaan sebagai berikut [12]:

$$Z(s) = \hat{\mu}(s) - \frac{\hat{\sigma}(s)}{\hat{\xi}(s)} \left(1 - \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right]^{-\hat{\xi}(s)} \right) \quad (5)$$

dengan $\hat{\mu}(s)$ adalah nilai estimasi parameter lokasi pada lokasi (s) tertentu, $\hat{\sigma}(s)$ adalah nilai estimasi parameter skala pada lokasi (s) tertentu, $\hat{\xi}(s)$ adalah nilai estimasi parameter bentuk (*shape*) pada lokasi (s) tertentu, dan T adalah jumlah blok dalam satu interval periode yang diprediksi.

1.2.5 Uji Kesesuaian Distribusi

Uji Kesesuaian Distribusi merupakan suatu analisis yang digunakan untuk melihat apakah suatu distribusi suatu data sampel mengikuti distribusi teoritis atau tidak. Salah satu uji yang digunakan adalah uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan hipotesis sebagai berikut [17]:

H_0 : $S(x) = F_0(x)$ (Data mengikuti distribusi teoritis)

H_1 : $S(x) \neq F_0(x)$ (Data tidak mengikuti distribusi teoritis)

dengan statistik uji yang digunakan adalah

$$D_{hitung} = \sup_x |S(x) - F_0(x)| \quad (6)$$

dengan $S(x)$ adalah probabilitas kumulatif data pengamatan dan $F_0(x)$ adalah probabilitas kumulatif distribusi teoritis. Jika $D_{tabel} > D_{hitung}$ atau $p\text{-value} > \alpha$, maka keputusan yang diperoleh adalah Gagal Tolak H_0 yang berarti data mengikuti distribusi teoritis $F_0(x)$ [18].

1.2.6 Mann-Kendall Trend Test

Mann Kendall Trend Test merupakan analisis statistika non-parametrik yang dapat mempelajari variasi spasial dan tren suatu data. Uji ini banyak digunakan untuk melihat ada atau tidaknya tren pada data curah hujan [19]. Hipotesis yang digunakan dalam uji ini adalah

H_0 : $S = 0$ (Tidak terdapat tren/pola pada sampel data)

H_1 : $S \neq 0$ (Terdapat tren/pola pada sampel data)

Statistik uji yang digunakan dalam uji ini adalah [19]:

$$Z_{hitung} = \begin{cases} \frac{S-1}{\sqrt{Var(S)}}, & S > 0 \\ 0, & S = 0 \\ \frac{S-1}{\sqrt{Var(S)}}, & S < 0 \end{cases} \quad (7)$$

Z_{hitung} mengikuti distribusi normal, dimana apabila nilai $|Z_{hitung}| > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ dengan α adalah taraf signifikansi yang digunakan, maka H_0 ditolak atau dikatakan terdapat pola tren pada data [20].

1.2.7 Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) adalah sebuah nilai yang digunakan untuk melihat tingkat akurasi angka peramalan atau prediksi terhadap angka realisasi (sebenarnya) [21]. Semakin kecil nilai MAPE, maka hasil prediksi semakin mendekati aslinya atau hasil prediksi semakin akurat. Persamaan yang digunakan untuk menghitung MAPE adalah sebagai berikut [21]:

$$MAPE = \left(\frac{1}{n} \right) \sum_{t=1}^n \left| \frac{X_t - F_t}{X_t} \right| \quad (8)$$

2. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari NASA melalui situs <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer/>. Data berupa curah hujan per jam pada 3 kabupaten di Provinsi Papua Barat yaitu Kabupaten Manokwari, Kabupaten Fakfak, dan Kabupaten Kaimana periode 13 Maret 2022 hingga 17 Oktober 2022. Proporsi untuk data *training* adalah 85,84% yaitu menggunakan data pada periode 13 Maret 2022 hingga 16 September 2022 sebanyak 188 sampel, sedangkan sisanya yaitu 14,16% dengan periode pada 17 September 2022 hingga 17 Oktober 2022 sebanyak 31 sampel digunakan sebagai data *testing*.

Tabel 2.1. Titik Lokasi Pengambilan Data

Kabupaten	Longitude	Latitude
Manokwari	134,19000	-1,47000
Fakfak	132,26496	-2,91938
Kaimana	133,69694	-3,64333

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Uji Normalitas

Uji normalitas dilakukan untuk membuktikan secara statistik bahwa data tidak mengikuti distribusi normal. Uji yang dilakukan adalah uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : S(x) = F_0(x)$ (Data mengikuti distribusi normal)

$H_1 : S(x) \neq F_0(x)$ (Data tidak mengikuti distribusi normal)

dengan H_0 ditolak apabila $D_{tabel} < D_{hitung}$ atau $p\text{-value} < \alpha$. Hasil uji *Kolmogorov-Smirnov* tertera pada Tabel 3.1 berikut:

Tabel 3.1. Hasil Uji Normalitas

Kabupaten	D_{hitung}	D_{tabel}	$p\text{-value}$	Keputusan
Manokwari	0,3691			
Fakfak	0,2987	0,0187	0	Tolak H_0
Kaimana	0,3462			

Tabel 3.1 menunjukkan bahwa nilai D_{hitung} yang diperoleh dengan melakukan perhitungan seperti pada Persamaan 6 untuk ketiga lokasi lebih besar daripada nilai D_{tabel} . Selain itu, didapatkan juga bahwa nilai $p\text{-value}$ lebih kecil dari taraf signifikansi yang digunakan yaitu 5%, sehingga keputusan yang diperoleh adalah tolak H_0 atau data tidak mengikuti distribusi normal. Hal ini mengindikasikan adanya nilai ekstrem pada data.

3.2 Pengambilan Sampel Ekstrem

Pengambilan sampel ekstrem dilakukan menggunakan metode *Block Maxima* (BM) dalam periode 13 Maret 2022 hingga 17 Oktober 2022 dimana masing-masing hari terdiri atas 24 data atau 1 data per jam. Metode BM dilakukan dengan cara membagi data ke dalam blok-blok

periode tertentu kemudian mengambil data yang tertinggi dalam blok tersebut untuk menjadi sampel ekstrem. Apabila terdapat lebih dari 1 data yang bernilai paling tinggi, maka cukup 1 data saja yang dimasukkan ke dalam sampel. Penelitian ini menggunakan blok harian pada data per jam sehingga terdapat 219 blok dan sampel ekstrem.

Sampel ekstrem yang diperoleh dari setiap lokasi pengamatan kemudian dibagi menjadi data *training* dan data *testing*. Data *training* akan digunakan untuk analisis pembentukan model sedangkan data *testing* akan digunakan untuk validasi model dengan membandingkan *return level* model atau dugaan curah hujan maksimum berdasarkan model dengan curah hujan maksimum yang aktual pada data *testing*. Proporsi untuk data *training* adalah 85,84% dan 14,16% digunakan sebagai data *testing*.

3.3 Pengujian Pola Tren

Uji yang digunakan untuk mengetahui ada atau tidaknya pola tren pada data adalah *Mann Kendall Trend Test*. Uji ini dilakukan pada setiap lokasi pengambilan data. Penelitian ini menggunakan taraf signifikansi (α) 5% dan nilai Z_{tabel} sebesar 1,96 dengan hasil uji seperti pada Tabel 3.2 berikut:

Tabel 3.2. Hasil *Mann Kendall Trend Test*

Kabupaten	Z_{hitung}	Z_{tabel}	$p\text{-value}$	Keputusan
Manokwari	-3,4922			
Fakfak	2,1888	1,96	0	Tolak H_0
Kaimana	3,0884			

Tabel 3.2 menunjukkan bahwa untuk semua lokasi nilai $|Z_{\text{hitung}}| > Z_{\text{tabel}}$ dimana nilai Z_{hitung} diperoleh berdasarkan perhitungan seperti pada Persamaan 7 dan nilai $p\text{-value} < \alpha$, sehingga keputusan yang diperoleh adalah tolak H_0 atau terdapat pola tren pada sampel data. Oleh karena itu, data akan dilakukan *fitting* untuk distribusi GEV non-stasioner.

3.4 Uji Kesesuaian Distribusi

Setelah pengujian pola tren pada data, selanjutnya dilakukan pengujian kesesuaian distribusi atau *Goodness of Fit Test* menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* untuk mengetahui apakah data ekstrem pada ketiga lokasi telah mengikuti distribusi teoritis GEV dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : S(x) = F_0(x)$ (Data mengikuti distribusi GEV)

$H_1 : S(x) \neq F_0(x)$ (Data tidak mengikuti distribusi GEV)

dengan H_0 ditolak apabila $D_{\text{tabel}} < D_{\text{hitung}}$ atau $p\text{-value} < \alpha$. Hasil uji *Kolmogorov-Smirnov* tertera pada Tabel 3.3 berikut:

Tabel 3.3. Hasil Uji *Kolmogorov-Smirnov*

Kabupaten	D_{hitung}	D_{tabel}	$p\text{-value}$	Keputusan
Manokwari	0,0734		0,2629	
Fakfak	0,0542	0,0918	0,6396	Gagal
Kaimana	0,0813		0,1665	Tolak H_0

Tabel 3.3 menunjukkan bahwa nilai D_{hitung} yang diperoleh dengan melakukan perhitungan seperti pada Persamaan 6 untuk ketiga lokasi lebih kecil daripada nilai D_{tabel} . Selain itu, didapatkan juga bahwa nilai $p\text{-value}$ lebih besar dari taraf signifikansi yang digunakan yaitu 5%, sehingga keputusan yang diperoleh adalah gagal tolak H_0 atau data mengikuti distribusi GEV. Hal ini sesuai dengan rekomendasi dari *World Meteorological Organization* (WMO) dan

penelitian terdahulu bahwa GEV cocok untuk digunakan ketika menggunakan BM dalam melakukan analisis curah hujan ekstrem [22].

3.5 Estimasi Parameter Univariat

Sebelum melakukan analisis spasial, terlebih dahulu dilakukan estimasi parameter GEV univariat untuk data ekstrem setiap lokasi. Estimasi ini dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).

Tabel 3.4. Estimasi Parameter Univariat

Kabupaten	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$
Manokwari	0,5795765	1,9026796	0,8605074
Fakfak	0,3879914	1,4735893	0,5305965
Kaimana	0,4348006	1,6309207	0,9061374

Hasil estimasi pada Tabel 3.4 adalah hasil MLE yang dilakukan pada data dari setiap lokasi dan menghasilkan 3 parameter seperti yang terdapat pada Persamaan 1. Parameter lokasi/*location* ($\hat{\mu}$) merupakan sebuah parameter yang menyatakan titik pemusatan data. Parameter skala/*scale* ($\hat{\sigma}$) menunjukkan keragaman data. Semakin besar nilai parameter skala menunjukkan semakin beragamnya data. Parameter bentuk/*shape* ($\hat{\xi}$) merupakan sebuah parameter yang dapat menyatakan bentuk dari sebuah distribusi. Hasil pada Tabel 3.4 menunjukkan bahwa parameter bentuk/*shape* pada setiap lokasi bernilai lebih dari nol. Hal ini mengartikan bahwa data ekstrem pada ketiga lokasi mengikuti distribusi *Frechet*.

3.6 Pengukuran Dependensi Antar Lokasi

Data terlebih dahulu ditransformasi ke dalam bentuk bentuk unit *Frechet* Z sebelum dilakukan penghitungan koefisien ekstremal menggunakan Persamaan 4. Koefisien ekstremal (θ) biasanya berada dalam jangkauan $1 \leq \theta \leq 2$ dimana $\theta = 1$ menyatakan dependensi penuh antara kedua lokasi sementara $\theta = 2$ menyatakan independensi penuh antara kedua lokasi. Namun, pada penelitian ini, terdapat batas atas yaitu $\theta \leq 1,838$.

Tabel 3.5. Koefisien Ekstremal

Nomor	Pasangan Lokasi	Jarak	Jarak <i>Euclidian</i> (h)	Koefisien Ekstremal ($\theta(h)$)
1	Manokwari-Fakfak	267,5 km	2,414001	1,683339
2	Manokwari-Kaimana	246,5 km	2,224635	1,833969
3	Fakfak-Kaimana	178,1 km	1,609969	1,456616

Tabel 3.5 menunjukkan hasil penghitungan koefisien ekstermal yang diperoleh dari perhitungan seperti pada Persamaan 4 sedangkan jarak euclidian didapatkan dengan cara menjumlahkan selisih kuadrat dari masing-masing koordinat *longitude* dan *latitude* dari setiap pasang lokasi kemudian mengakarnya. Hasil ini tidak sesuai dengan teori bahwa koefisien ekstremal berbanding lurus dengan jarak antar lokasi. Namun, hal ini dapat terjadi karena terdapat perbedaan faktor geologis seperti kelembaban udara, suhu permukaan laut, dan lainnya yang tidak dipertimbangkan dalam penelitian ini.

3.7 Pembentukan Model *Trend Surface*

Pemodelan spasial GEV menggunakan model yang bernama *trend surface* yang merupakan model-model linier dengan mengombinasikan komponen spasial koordinat bujur atau *longitude* (u) dan lintang atau *latitude* (v) dengan model umum sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\mu(x) &= \beta_{0,\mu} + \beta_{1,\mu}u(x) + \beta_{2,\mu}v(x) \\ \sigma(x) &= \beta_{0,\sigma} + \beta_{1,\sigma}u(x) + \beta_{2,\sigma}v(x) \\ \xi(x) &= \beta_{0,\xi}\end{aligned}$$

Terdapat 9 kemungkinan model yang terbentuk dengan model terbaik adalah model yang memiliki nilai TIC terkecil. Model terbaik yang didapatkan untuk penelitian ini adalah model yang menggunakan koordinat lintang/*latitude* (v) dalam perhitungan parameter lokasi ($\hat{\mu}$) serta menggunakan kedua koordinat yaitu bujur/*longitude* (u) dan lintang/*latitude* (v) dalam perhitungan parameter skala ($\hat{\sigma}$).

3.8 Estimasi Parameter Spasial

Model terbaik yang terpilih kemudian digunakan untuk mengestimasi parameter $\hat{\mu}$, $\hat{\sigma}$, dan $\hat{\xi}$ untuk setiap lokasi dengan menggunakan MSP model *Schlather* dengan mensubstitusikan koordinat bujur dan lintang seperti yang tertera pada Tabel 2.1. Koefisien korelasi yang digunakan adalah korelasi *powered exponential*. Estimasi ini dilakukan dengan metode MPLE serta menggunakan dua metode iterasi yaitu *Nelder-Mead* (NM) dan *Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno* (BFGS) *Quasi Newton* apabila ditemukan bahwa persamaan tidak *closed form*.

Tabel 3.6. Estimasi Parameter Spasial

Iterasi	Kabupaten	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$
NM	Manokwari	0,89721280	0,19530286	0,8093225
	Fakfak	1,09374873	0,33693718	0,8093225
	Kaimana	1,19191635	0,44261155	0,8093225
BFGS	Manokwari	0,89060320	0,19829498	0,8161718
	Fakfak	1,09250922	0,31346622	0,8161718
	Kaimana	1,19335915	0,46165272	0,8161718

Hasil estimasi pada Tabel 3.6 adalah hasil MPLE yang dilakukan pada setiap lokasi dimana bentuk umum CDF bivariat untuk MSP model *Schlather* terdapat pada Persamaan 3.

3.9 Validasi Model

Validasi model dilakukan dengan menghitung nilai MAPE yang diperoleh dari membandingkan nilai aktual yaitu nilai maksimum pada *data testing* dengan nilai prediksi *return level* untuk periode yang sama. Nilai *return level* didapatkan dengan mensubstitusikan nilai parameter yang telah diestimasi ke dalam Persamaan 5.

Tabel 3.7. Nilai MAPE

Iterasi	MAPE
NM	26,61%
BFGS	22,61%

Tabel 3.7 menunjukkan bahwa metode iterasi BFGS memiliki nilai MAPE yang lebih kecil daripada NM berdasarkan perhitungan dengan cara mensubstitusikan hasil pada Tabel 3.5 dan 3.6

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI

Alya Azzahra, Pratnya Paramitha Oktaviana, R. Mohamad Atok

pada persamaan 8. Sehingga, metode tersebut akan digunakan untuk melakukan prediksi *return level* untuk periode 2, 4, 6, 8, dan 10 tahun ke depan

3.10 Perhitungan *Return Level*

Tujuan akhir dari penelitian ini adalah mendapatkan nilai prediksi *return level* untuk periode 2, 4, 6, 8, dan 10 tahun ke depan berdasarkan pendekatan MSP model *Schlather*. Nilai prediksi *return level* yang dimaksud adalah prediksi curah hujan maksimum yang dapat dicapai dalam periode seperti yang telah dijelaskan. Nilai tersebut didapatkan dengan mensubstitusikan parameter-parameter yang telah didapatkan pada Bagian 3.8 ke dalam Persamaan 5 dengan menggunakan $T = 730,5$ untuk periode 2 tahun, $T = 1.461$ untuk periode 4 tahun, $T = 2.191,5$ untuk periode 6 tahun, $T = 2.922$ untuk periode 8 tahun, dan $T = 3652,5$ untuk periode 10 tahun.

Tabel 3.8. Prediksi *Return Level*

Kabupaten	Periode				
	2 Tahun	4 Tahun	6 Tahun	8 Tahun	10 Tahun
Manokwari	66,19294	108,25585	144,22505	176,72992	206,87907
Fakfak	26,78207	36,92439	44,43928	50,63327	55,99955
Kaimana	140,00150	234,26010	316,44530	391,65540	462,07060

Tabel 3.8 menunjukkan bahwa nilai *return level* yang didapatkan melalui perhitungan seperti pada Persamaan 5 terus meningkat seiring bertambahnya waktu untuk semua lokasi. Semua nilai prediksi untuk seluruh periode dan lokasi tergolong dalam kategori sangat lebat.

4. KESIMPULAN

1. Perolehan estimasi parameter SEV dengan pendekatan MSP model *Schlather* adalah sebagai berikut
 - a. Setelah dilakukan uji kesesuaian distribusi, didapatkan bahwa data ekstrem mengikuti distribusi GEV.
 - b. Estimasi parameter univariat menunjukkan bahwa parameter bentuk/*shape* untuk semua lokasi lebih besar dari 0, artinya data ekstrem pada ketiga lokasi mengikuti distribusi *Frechet*.
 - c. Nilai koefisien ekstremal yang diperoleh berkisar pada angka 1,4 – 1,85, yang menunjukkan adanya hubungan antar lokasi.
 - d. Model *trend surface* terbaik yang terpilih berdasarkan nilai TIC yang terkecil dari metode MSP model *Schlather* melibatkan koordinat lintang/*latitude* (v) dalam perhitungan parameter lokasi ($\hat{\mu}$) serta menggunakan kedua koordinat yaitu bujur/*longitude* (u) dan lintang/*latitude* (v) dalam perhitungan parameter skala ($\hat{\sigma}$).
 - e. Estimasi parameter spasial didapatkan dengan mensubstitusikan koordinat bujur atau lintang masing-masing lokasi pada model *trend surface* terbaik yang didapatkan untuk memperoleh parameter lokasi, skala, dan bentuk setiap lokasi.
2. *Return level* periode 2, 4, 6, 8, dan 10 tahun ke depan untuk ketiga kabupaten berada pada kategori sangat lebat. Nilai *return level* juga terus naik seiring bertambahnya periode waktu. Nilai prediksi tertinggi pada tiap kabupaten terdapat pada periode 10 tahun yaitu

206,87907 mm/jam untuk Kabupaten Manokwari, 55,99955 mm/jam untuk Kabupaten Fakfak, dan 462,07060 mm/jam untuk Kabupaten Kaimana.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] CNN Indonesia, 2022. Curah Hujan Tahunan 2022 Diprediksi Lebih Tinggi Dari Rata-Rata. CNN Indonesia, Jakarta. <https://www.cnnindonesia.com/teknologi/20220111024724-199-744961/curah-hujan-tahunan-2022-diprediksi-lebih-tinggi-dari-rata-rata>. [2 Februari 2023]
- [2] Agustina, L., Syawreta, A., dan Irawan, A. M., 2020. Analisis Ambang Batas Hujan Untuk Pengembangan Peringatan Dini Tanah Longsor (Studi Kasus Kecamatan Pejawaran, Kabupaten Banjarnegara, Provinsi Jawa Tengah). *Jurnal Dialog Penanggulangan Bencana*, vol. 11, no. 1, pp. 75–81.
- [3] BNPB, 2021. *INDEKS RISIKO BENCANA INDONESIA*. Indonesia: Pusat Data, Informasi dan Komunikasi Kebencanaan Badan Nasional Penanggulangan Bencana.
- [4] Han, X., Mehrotra, R., dan Sharma, A., 2020. Measuring the Spatial Connectivity of Extreme Rainfall. *J Hydrol (Amst)*, vol. 590 p. 125510, doi: 10.1016/J.JHYDROL.2020.125510.
- [5] Yasin, H., Warsito, B., dan Hakim, A. R., 2019. PREDIKSI CURAH HUJAN EKSTREM DI KOTA SEMARANG MENGGUNAKAN SPATIAL EXTREME VALUE DENGAN PENDEKATAN MAX STABLE PROCESS (MSP). *MEDIA STATISTIKA*, vol. 12, no. 1, pp. 39–49, doi: 10.14710/medstat.12.1.39-49.
- [6] Gobin, A. dan Van de Vyver, H., 2021. Spatio-Temporal Variability of Dry and Wet Spells and Their Influence on Crop Yields. *Agric For Meteorol*, vol. 308–309, doi: 10.1016/j.agrformet.2021.108565.
- [7] Lee, Y., Yoon, S., Murshed, M., Kim, M., Cho, C., Baek, H., Park, J., 2013. Spatial Modeling of the Highest Daily Maximum Temperature in Korea via Max-Stable Processes. *Adv Atmos Sci*, vol. 30, no. 6, pp. 1608–1620, doi: 10.1007/s00376-013-2216-y.
- [8] NASA, 2023. Prediction Of Worldwide Energy Resource. NASA, Houston. <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer/>. [9 Februari 2023]
- [9] Agung, M. P., Soeryana, E., and Sukono, F., 2020. Estimasi Potensi Klaim Maksimal Dalam Risiko Kerugian Kebakaran Rumah Dengan Metode Extreme Value Theory (EVT) Di Kota Bandung. *KUBIK: Jurnal Publikasi Ilmiah Matematika*, vol. 5, no. 2, pp. 108–117.
- [10] Kotz, S. and Nadarajah, S., 2001. *Extreme Value Distributions: Theory and Applications*. London: Imperial College Press, 2001.
- [11] Gilli, M. dan Këllezzi, E., 2006. An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk. *Comput Econ*, vol. 27, no. 2–3, pp. 207–228, doi: 10.1007/s10614-006-9025-7.
- [12] Azizah, S., 2016. Estimasi Parameter Model Smith Pada-Stable Process Spatial Extreme Value (*Studi Kasus : Pemodelan Curah Hujan Ekstrem Di Kabupaten Ngawi*). ITS Repository, Surabaya. <https://repository.its.ac.id/2548/> [5 Februari 2023]
- [13] Sholichah, I., Kuswanto, H., dan Sutijo, B., 2015. STUDI SIMULASI PARAMETER DISTRIBUSI GENERALIZED EXTREME VALUE (GEV) DENGAN PENDEKATAN L-MOMENTS DAN MLE. *Prosiding Simposium Nasional Inovasi dan Pembelajaran Sains (SNIPS)*, pp. 177–180.
- [14] Schlather, M., 2002. Models for Stationary Max-Stable Random Fields. *Extremes*, vol. 5, pp. 33–44.
- [15] Ribatet, M., 2009. *A User's Guide to the SpatialExtremes Package*. Switzerland: École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2009.
- [16] Hakim, A. R. 2016. Pemodelan Spatial Extreme Value dengan Pendekatan Max-Stable Process (*Studi Kasus: Pemodelan Curah Hujan Ekstrem di Kabupaten Ngawi*). ITS Repository, Surabaya. <http://repository.its.ac.id/75290>. [5 Februari 2023]
- [17] Ramadani, I. R. 2015. Spatial Extreme Value Modeling dengan Max-Stable Processes Model Smith dan Brown-Resnick. ITS Repository, Surabaya. <http://repository.its.ac.id/41635>. [5 Februari 2023]

JURNAL MATEMATIKA, STATISTIKA DAN KOMPUTASI**Alya Azzahra, Pratnya Paramitha Oktaviana, R. Mohamad Atok**

- [18] Hatanti, Y. D. 2016. Perbandingan Model Smith, Schlather, Brown-Resnick dan Geometric Gaussian pada Pemodelan Curah Hujan (*Studi Kasus: Curah Hujan Ekstrem di Kabupaten Lamongan*). ITS Repository, Surabaya. <http://repository.its.ac.id/id/eprint/41654>. [5 Februari 2023]
- [19] Hussain, F., Nabi, G., and Boota, M. W., 2015. RAINFALL TREND ANALYSIS BY USING THE MANN-KENDALL TEST & SEN'S SLOPE ESTIMATES: A CASE STUDY OF DISTRICT CHAKWAL RAIN GAUGE, BARANI AREA, NORTHERN PUNJAB PROVINCE, PAKISTAN. *Sci.Int.(Lahore)*, vol. 27, no. 4, pp. 3159–3165, [Online]. Available: <https://www.researchgate.net/publication/330824269>
- [20] Wang, F., Shao, W., Yu, H., Kan, G., He, X., Zhang, D., Ren, M., dan Wang, G., 2020. Re-Evaluation of the Power of the Mann-Kendall Test for Detecting Monotonic Trends in Hydrometeorological Time Series. *Front Earth Sci (Lausanne)*, vol. 8, doi: 10.3389/feart.2020.00014.
- [21] Sumari, A. D. W., Musthafa, M. B., Ngatmari, dan Putra, D. R. H., 2020. Perbandingan Kinerja Metode-Metode Prediksi Pada Transaksi Dompot Digital Di Masa Pandemi. *Jurnal RESTI (Rekayasa Sistem dan Teknologi Informasi)*, vol. 4, no. 4, pp. 642–647.
- [22] Gu, X., Ye, L., Xin, Q., Zhang, C., Zeng, F., Nerantzaki, S., dan Papalexiou, S., 2022. Extreme Precipitation in China: A Review on Statistical Methods and Applications. *Adv Water Resour*, vol. 163 p. 104144, doi: 10.1016/J.ADVWATRES.2022.104144.